

А. Проверка числа на простоту

Дано натуральное число N ($1 < N < 10^9$). Проверьте, является ли оно простым. Решение оформите в виде функции `isPrime(x)`, которая принимает на вход единственное натуральное число, большее 1 и возвращает логическое значение `true` для простых чисел и логическое значение `false` для составных чисел. Решение должно иметь сложность $O(\sqrt{N})$.

Input	Output
4	False
97	True

В. Сумма делителей числа

Для данного натурального числа N ($1 \leq N < 10^{10}$) требуется вычислить сумму его делителей, меньших самого числа.

Решение оформите в виде функции `sumDivisors(x)`, принимающей на вход натуральное число и возвращающей сумму его делителей, отличных от него самого.

Решение должно иметь сложность $O(\sqrt{N})$.

Input	Output
12	16

С. Дружественные числа

Дружественные числа — это два различных натуральных числа, таких, что сумма всех делителей одного числа (меньших самого этого числа) равна другому числу, и наоборот (дружественными являются, например, 220 и 284).

Напишите функцию `isFriend(x, y)`, которая проверяет пару чисел на «дружественность» и возвращает логическое значение `true`, если пара чисел дружественная и `false` в противном случае.

Функция `isFriend` должна использовать функцию `sumDivisors` из предыдущей задачи. Программа должна вывести слово `True` или `False`.

Input	Output
220 284	True

Д. Дружественные числа в диапазоне

Дружественные числа — это два натуральных числа, таких, что сумма всех делителей одного числа (меньших самого этого числа) равна другому числу, и наоборот (дружественными являются, например, 220 и 284).

Напишите программу, которая находит все пары не равных друг другу дружественных чисел в заданном диапазоне. Используйте функцию, которая вычисляет сумму делителей числа. На вход программе подаётся две строки с натуральными числами a и b ($a < b$).

Программа должна вывести пары различных дружественных чисел, каждое из которых находится на отрезке $[a, b]$. В каждой паре сначала выводится меньшее число. Пары чисел

должны выводиться в порядке возрастания первого числа из пары и разделяться запятой. Каждая пара заключена в скобки. В случае, если таких пар в указанном диапазоне нет, вывести число 0.

Input	Output
1000 5000	(1184,1210) (2620,2924)

Е. Наименьшее общее кратное

Наименьшее общее кратное (НОК) двух натуральных чисел — это наименьшее число, которое делится нацело на оба исходных числа.

Напишите программу, которая вычисляет НОК двух данных натуральных чисел.

Input	Output
12 16	48

Ф. Быстрое возведение в степень

Дано вещественное число $a \neq 0$ и неотрицательное целое n ($n \leq 10^9$). Вычислите a^n .

Указание: воспользуйтесь тождеством $a^{2n} = (a^2)^n$ и $a^{2n+1} = a^{2n} \cdot a$

Input	Output
1.0000000001 1000000000	2.7182820387553908

Г. Сложение без сложения

Напишите рекурсивную функцию `sum(a, b)`, возвращающую сумму двух целых неотрицательных чисел. Из всех арифметических операций допускаются только $+1$ и -1 . Циклы использовать нельзя.

На вход программе подаются два целых неотрицательных числа a и b . Программа должна вывести их сумму $a + b$.

Input	Output
2 2	4

Н. Анаграммы

Слово называется анаграммой другого слова, если оно может быть получено перестановкой его букв.

Даны два слова на отдельных строках. Слова состоят из строчных латинских букв и цифр. Длины слов не превышают 10^6 .

Требуется вывести YES — если введенные слова являются анаграммами друг друга, NO — если нет.

Input	Output
sharm marsh	YES
ananas nnaass	NO

И. Обувной магазин

В обувном магазине продается обувь разного размера. Известно, что одну пару обуви можно надеть на другую, если она хотя бы на три размера больше. В магазин пришел покупатель. Требуется определить, какое наибольшее количество пар обуви сможет предложить ему продавец так, чтобы он смог надеть их все одновременно.

Сначала вводится размер ноги покупателя (обувь меньшего размера он надеть не сможет), затем количество пар обуви в магазине и размер каждой пары. Размер — натуральное число, не превосходящее 100, количество пар обуви в магазине не превосходит 1000.

Выведите единственное число — максимальное количество пар обуви.

Input	Output
60 2 60 63	2
26 5 30 35 40 41 42	3

Ж. Числа

Саша и Катя учатся в начальной школе. Для изучения арифметики при этом используются карточки, на которых написаны цифры (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Однажды они пришли на урок математики, и Саша, используя все свои карточки, показал число A , а Катя показала число B . Учитель тогда захотел дать им такую задачу, чтобы ответ на нее смогли показать и Саша, и Катя, каждый используя только свои карточки. При этом учитель хочет, чтобы искомое число было максимальным.

Во входном файле записано два целых неотрицательных числа A и B (каждое число в одной строке). Длина каждого из чисел не превосходит 100000 цифр.

Выведите одно число — максимальное целое число, которое можно составить используя как цифры первого числа, так и цифры второго числа. Если же ни одного такого числа составить нельзя, выведите -1 .

Обратите внимание на тест, в котором у Саши и Кати нет общих цифр, кроме нуля.

Input	Output
280138 798081	8810
123 456	-1
12300 405006	0
13579 4321	31

К. Покрывание отрезками

Даны N отрезков на прямой и координаты M точек. Для каждой из точек отрезка $[1, L]$ определите — каким количеством данных отрезков они покрываются?

Во входном файле даны сначала L, N, M ($1 \leq L \leq 10000, 1 \leq N \leq 10000, 1 \leq M \leq 100000$).

Далее идут N пар чисел $l \leq r$ от 1 до L — левые и правые концы отрезков. Затем перечислены M чисел от 1 до L .

Выведите M чисел — количество отрезков, покрывающую каждую из указанных M точек.

Input	Output
39 4 7	4
3 21	3
3 15	0
2 20	4
3 17	4
4	0
17	0
33	
5	
9	
25	
37	

L. Закраска прямой

На числовой прямой окрасили N отрезков. Известны координаты левого и правого концов каждого отрезка (L_i и R_i). Найти длину окрашенной части числовой прямой.

В первой строке находится число N , в следующих N строках — пары L_i и R_i . L_i и R_i — целые, $-10^9 \leq L_i \leq R_i \leq 10^9$, $1 \leq N \leq 15000$.

Вывести одно число — длину окрашенной части прямой.

Input	Output
1 10 10	0
2 10 20 20 40	30

M. Задача о минимальном покрытии

На прямой задано некоторое множество отрезков с целочисленными координатами концов $[L_i, R_i]$. Выберите среди данного множества подмножество отрезков, целиком покрывающее отрезок $[0, M]$, (M — натуральное число), содержащее наименьшее число отрезков.

В первой строке указано число M ($1 \leq M \leq 5000$). В каждой последующей строке записана пара чисел L_i и R_i ($|L_i|, |R_i| \leq 50000$), задающая координаты левого и правого концов отрезков. Список завершается парой нулей. Общее число отрезков не превышает 100000.

В первой строке выходного файла выведите минимальное число отрезков, необходимое для покрытия отрезка $[0, M]$. Далее выведите список покрывающего подмножества, упорядоченный по возрастанию координат левых концов отрезков. Список отрезков выводится в том же формате, что и во входе. Завершающие два нуля выводить не нужно. Если покрытие отрезка $[0, M]$ исходным множеством отрезков $[L_i, R_i]$ невозможно, то следует вывести единственную фразу No solution.

Input	Output
1 -1 0 -5 -3 2 5 0 0	No solution
1 -1 0 0 1 0 0	1 0 1

N. Кубики

Аня и Боря любят играть в разноцветные кубики, причем у каждого из них свой набор и в каждом наборе все кубики различны по цвету. Однажды дети заинтересовались, сколько существуют цветов таких, что кубики каждого цвета присутствуют в обоих наборах. Для этого они занумеровали все цвета случайными числами. На этом их энтузиазм иссяк, поэтому вам предлагается помочь им в оставшейся части.

Номер любого цвета — это целое число в пределах от 0 до 10^9 . В первой строке входного файла записаны числа N и M — количество кубиков у Ани и Бори соответственно. В следующих N строках заданы номера цветов кубиков Ани. В последних M строках номера цветов кубиков Бори.

Выведите сначала количество, а затем отсортированные по возрастанию номера цветов таких, что кубики каждого цвета есть в обоих наборах, затем количество и отсортированные по возрастанию номера остальных цветов у Ани, потом количество и отсортированные по возрастанию номера остальных цветов у Бори.

Input	Output
4 3	2
0	0 1
1	2
10	9 10
9	1
1	3
3	
0	

O. Угадай число.

Август и Беатриса играют в игру. Август загадал натуральное число от 1 до n . Беатриса пытается угадать это число, для этого она называет некоторые множества натуральных чисел. Август отвечает Беатрисе YES, если среди названных ей чисел есть задуманное или NO в противном случае. После нескольких заданных вопросов Беатриса запуталась в том, какие вопросы она задавала и какие ответы получила и просит вас помочь ей определить, какие числа мог задумать Август.

Первая строка входных данных содержит число n — наибольшее число, которое мог загадать Август. Далее идут строки, содержащие вопросы Беатрисы. Каждая строка представляет собой набор чисел, разделенных пробелами. После каждой строки с вопросом идет ответ Августа: YES или NO.

Наконец, последняя строка входных данных содержит одно слово HELP.

Вы должны вывести (через пробел, в порядке возрастания) все числа, которые мог задумать Август.

Input	Output
10	1 3 5
1 2 3 4 5	
YES	
2 4 6 8 10	
NO	
HELP	

P. Полиглоты

Каждый из N школьников некоторой школы знает M_i языков. Определите, какие языки знают все школьники и языки, которые знает хотя бы один из школьников.

Первая строка входных данных содержит количество школьников N . Далее идет N чисел M_i , после каждого из чисел идет M_i строк, содержащих названия языков, которые знает i -й школьник. Длина названий языков не превышает 1000 символов, количество различных языков не более 1000, $1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq M_i \leq 500$.

В первой строке выведите количество языков, которые знают все школьники. Начиная со второй строки — список таких языков. Затем — количество языков, которые знает хотя бы один школьник, на следующих строках — список таких языков.

Input	Output
3	1
3	English
Russian	3
English	Russian
Japanese	Japanese
2	English
Russian	
English	
1	
English	

Q. Словарь синонимов

Вам дан словарь, состоящий из пар слов. Каждое слово является синонимом к парному ему слову. Все слова в словаре различны. Для каждого слова из данной последовательности определите его синоним.

Программа получает на вход словарь синонимов. Каждая строка словаря содержит два слова, разделенных пробелами. Далее до конца файла идет последовательность слов (по одному слову в строке).

Программа должна для каждого слова вывести его синоним.

Input	Output
Hello Hi	Bye
Bye Goodbye	Array
List Array	
Goodbye	
List	

R. Самое частое слово

Дан текст, состоящий из нескольких строк. Выведите слово, которое в этом тексте встречается чаще всего. Если таких слов несколько, выведите то, которое меньше в лексикографическом порядке. Слово — это последовательность латинских букв, ограниченная пробелами или переносами строк.

Input	Output
apple orange banana banana orange	banana